



*webinar*

# *Otimização de Plantas Industriais com Expertise Ortogonal*

*Processos, Composições, Materiais & Produtos*

**ORTHOGONAL**  **SCIENCE**  
Criando soluções otimizadas



*Webinar “Otimização de plantas industriais com expertise ortogonal” realizado em 09 de fevereiro de 2017 e apresentado por Ricardo Aurélio da Costa, diretor técnico da empresa Orthogonal Science.*

*Ricardo Aurélio da Costa*

***concepção e texto***

*Elizabeth Bittencourt da Costa*

***assessoria***

*Mônica Leite*

***projeto gráfico***

*Maik Tomé*

***ilustrações***

*Adobe Stock*

***imagens***

# sumário

<i>apresentação</i>	1
<i>indústrias</i>	3
<i>abordagem de projeto</i>	4
<i>fatores impactantes na produtividade</i>	6
<i>mudança de paradigma</i>	7
<i>expertise ortogonal</i>	8
<i>classificando as variáveis envolvidas</i>	9
<i>identificando e selecionando as variáveis</i>	10
<i>estabelecendo níveis praticáveis</i>	11
<i>combinando os níveis de forma matricial</i>	12
<i>planejando com expertise ortogonal</i>	13
<i>efeitos e coeficientes</i>	14
<i>composições e atributos sensoriais</i>	16
<i>variáveis de composição e de processo</i>	18
<i>análise estatística</i>	20
<i>test t-student</i>	23
<i>planejamento dos testes: moinho</i>	24
<i>nossos serviços</i>	28
<i>conclusões</i>	29
<i>perguntas ao final do webinar</i>	29

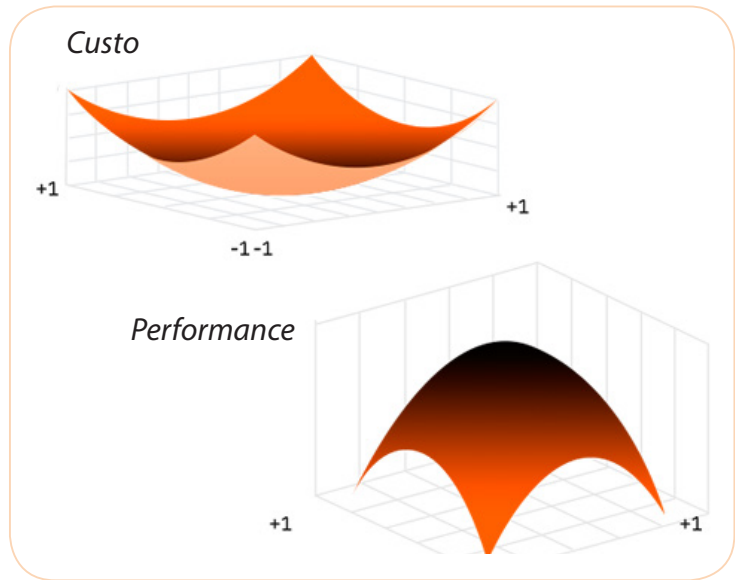
Este *eBook* tem a finalidade de disponibilizar o conteúdo do webinar “Otimização de plantas industriais com expertise ortogonal” realizado em 09 de Fevereiro de 2017. O seminário foi apresentado por mim, Ricardo Costa, diretor técnico da empresa Orthogonal Science, com a assessoria de Elizabeth Costa, diretora de projetos.

Nele você poderá conhecer melhor nossa empresa e sua proposta, saber quais são os segmentos em que ela atua e o que nos motivou a criar esse empreendimento. Também terá acesso aos princípios e fundamentos da lógica que alicerça a **expertise ortogonal** e verá um exemplo real de otimização da produtividade de um moinho em uma planta industrial.

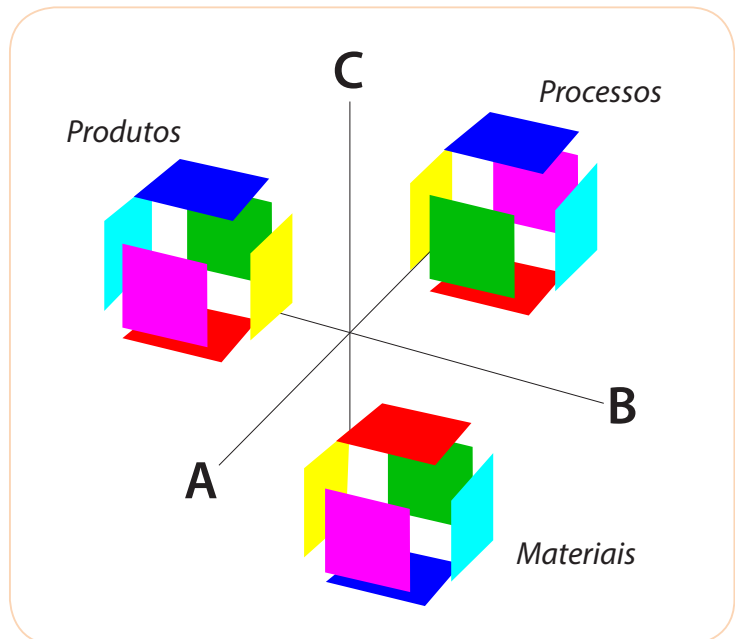
A Orthogonal Science é uma empresa de consultoria e treinamentos com a proposta inovadora de introduzir a expertise ortogonal para planejar e otimizar composições, materiais, produtos e processos.

Venho aplicando essa expertise na indústria há 30 anos, propondo uma adequação dos recursos matemáticos requeridos para a aplicação da técnica matemático-estatística no chão de fábrica e, quando necessário, em sinergia com projetos de P&D. A expertise ortogonal permite lidar e quantificar de forma lógica os efeitos de muitas variáveis e interações frente às necessidades e demandas de cada planta industrial.

**Ricardo Costa**



Acima você observa duas curvas genéricas, uma de performance e outra de custos. Abaixo, o espaço delimitado para investigação. Esses dois aspectos serão explorados mais adiante.





*polímeros*



*bens de consumo*



*farmacêutica*



*tintas*



*química*



*firos e cabos elétricos*



*brinquedos*



*vidros e cerâmicas*



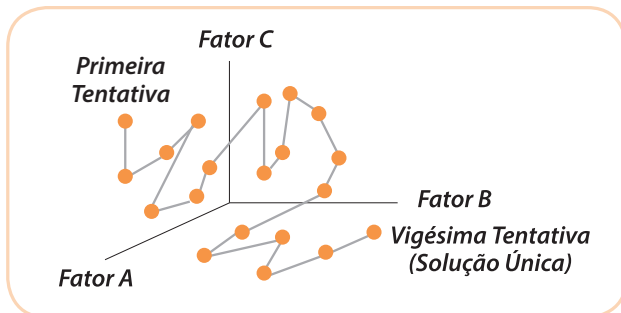
*alimentos e bebidas*

A Orthogonal Science trabalha com diferentes tipos de indústrias e é notório que grande parte desses segmentos formula composições e as processa para transformá-las em produtos manufaturados. É aí que a nossa expertise ortogonal pode gerar grandes ganhos, já que os planejamentos de nossos projetos de otimização estão apoiados em uma linguagem matricial que elimina a sequência de tentativas e erros. As escolhas das variáveis relevantes são embasadas no conhecimento e na experiência detida pela empresa. Nosso objetivo é melhorar de forma demonstrável tudo aquilo que já foi conquistado, aumentando a lucratividade do negócio e criando diferenciais competitivos ainda inexplorados ou desconhecidos.

Então, qual é a nossa abordagem? Basicamente, propomos projetos de otimização e treinamentos corporativos frente às demandas e necessidades de cada cliente, que são diagnosticadas através de nossas visitas técnicas. Para os projetos de otimização, propomos planejamentos matriciais que são executados de forma supervisionada até alcançarmos a etapa de modelagem e otimização.



Diferentemente da nossa proposta, vamos recordar como agimos na prática. Geralmente nos iludimos em achar que “fazer sem planejar” nos conduz mais rápido ao resultado almejado. Observe a descrição gráfica de como executamos nossas ações práticas quando manipulamos três variáveis, A, B e C.





O que vimos na figura da página anterior não passa de uma sequência de tentativas e erros. E esse modo de fazer é ineficiente, já que não existe um planejamento prévio das nossas ações práticas; apenas almejamos encontrar uma solução após uma série de tentativas e erros. Quando atingimos o resultado esperado, o custo se torna refém da solução única encontrada. O resultado desse “modo de fazer” é: trabalha-se muito para produzir resultados isolados com ações desconexas. É óbvio que isso, além de não fortalecer o *know-how* da empresa, deixa-nos estressados e ainda nos obriga a trabalhar além do necessário.

A Revista Exame e a Folha de São Paulo, entre os anos de 2012 e 2015, publicaram reportagens afirmando que trabalhamos muito mais do que os americanos e produzimos menos riquezas. Isso nos arremete à necessidade de que precisamos mudar o modo de executar nossas ações. Então surge uma pergunta: por que somos tão improdutivos? É que a nossa tendência natural é a de fazer para depois pensar. Além disso, encaramos investimentos como despesas, buscamos treinamentos que não qualificam os colaboradores das empresas e fazemos mau uso dos recursos disponíveis (fabris, materiais e humanos).

➔ **Revista Exame (3/10/2012):**

*Riqueza: trabalhador brasileiro (U\$ 22.000/ano)  
versus trabalhador americano (U\$ 100.000/ano)*

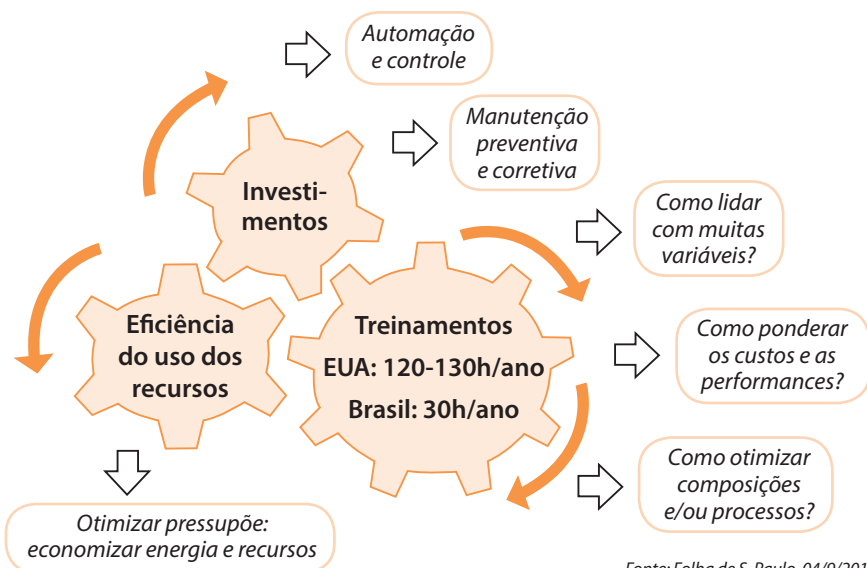
➔ **Revista Exame (23/02/2015):**

*Brasil: combinação de baixa produtividade e de elevados custos sistêmicos é fatal para o Brasil.*

➔ **Folha de São Paulo (04/09/2015):**

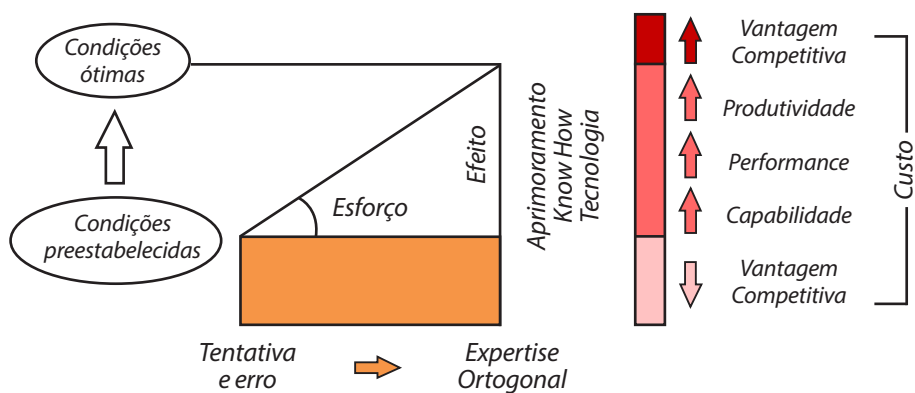
*Produtividade: 4 trabalhadores brasileiros =  
1 trabalhador americano*





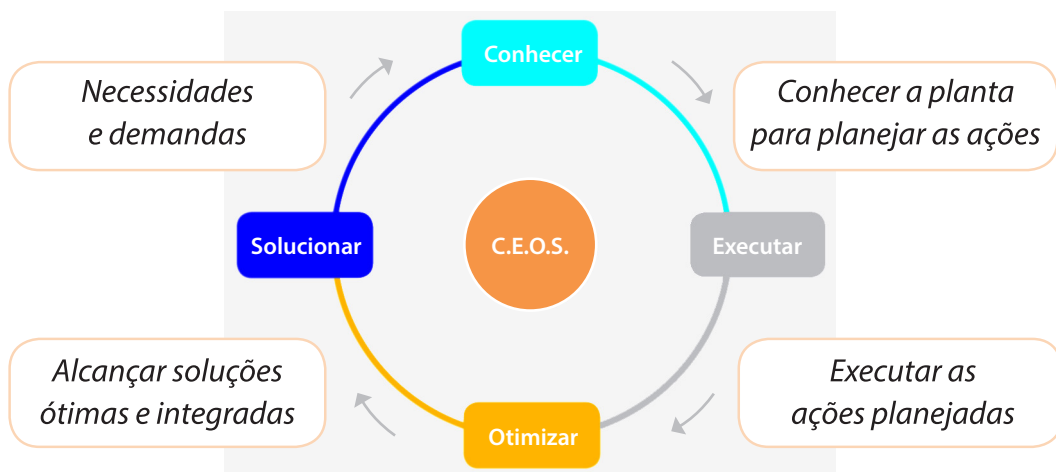
Precisamos inverter a ordem das coisas: primeiro pensar para planejar, e depois, fazer. Também precisamos aprender a quantificar os impactos das ações planejadas, conforme as demandas e as necessidades de cada planta industrial. Com os recursos computacionais que temos hoje, a sequência de tentativas e erros não faz sentido. Estamos agindo na contramão de um desenvolvimento sustentável e eficiente.

Então, o que precisamos fazer? A verdade é que é necessário transformar as condições preestabelecidas – representadas por uma sequência de tentativas e erros – em condições ótimas, utilizando a expertise ortogonal. Isso consequentemente vai melhorar a produtividade e a capacidade da planta industrial, bem como reduzir os custos. Nossa proposta não é passar de uma condição preestabelecida a outra e sim otimizar, através da modelagem integrada de variáveis que expressam as nossas ações, demandas e necessidades.



Para fazer isso, devemos organizar nossas ações, demandas e necessidades, através do ciclo C.E.O.S.: precisamos, então, conhecer as necessidades e demandas da planta industrial com o objetivo de propor ações individuais e combinadas, para depois executar o planejamento matricial dessas ações – expressas como variáveis – visando otimizar e solucionar as demandas e as necessidades objetivadas inicialmente.

## Planejar as ações práticas pressupõe:



## O que fundamenta a expertise ortogonal?

*Trata-se de um arranjo matricial – escrito e proposto por quem planeja – que combina os níveis das variáveis independentes sem estabelecer relação de dependência entre eles, com o objetivo de quantificar o efeito aditivo de cada variável e interações numa dada resposta (variável dependente).*

Posto isto, vamos introduzir algumas definições e conceitos importantes para entender como planejar e otimizar nossas ações práticas. As ações, a princípio, podem ser expressas por variáveis para atender as demandas e necessidades da planta industrial.

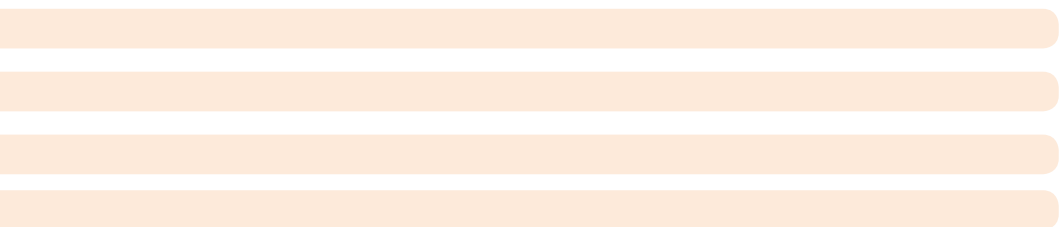
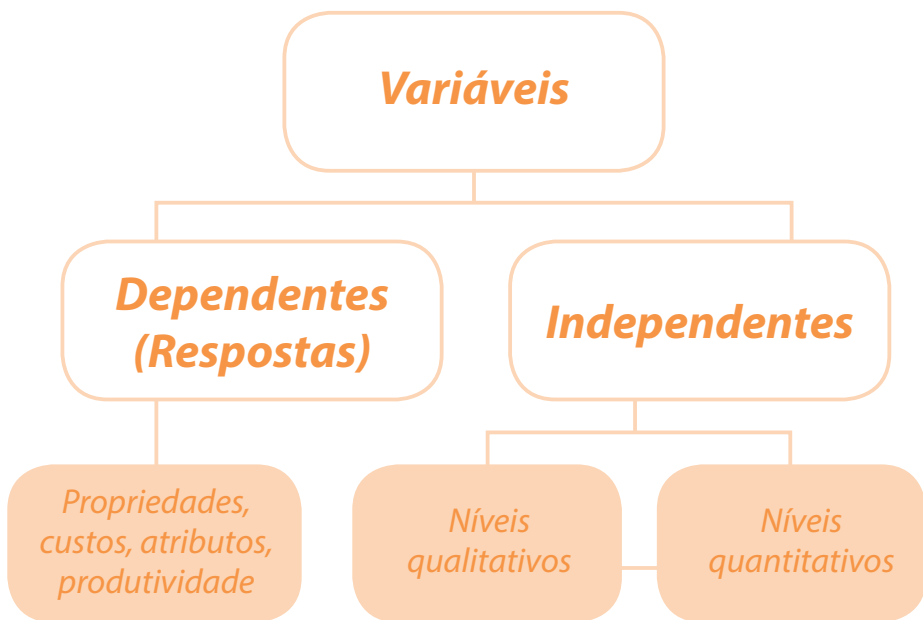
Por exemplo, precisamos aumentar a produtividade. Devemos, então, perguntar: 1) Quais e quantas variáveis estão envolvidas; 2) Quais são os níveis de variação praticáveis para cada variável selecionada e 3) Quais variáveis serão bloqueadas?

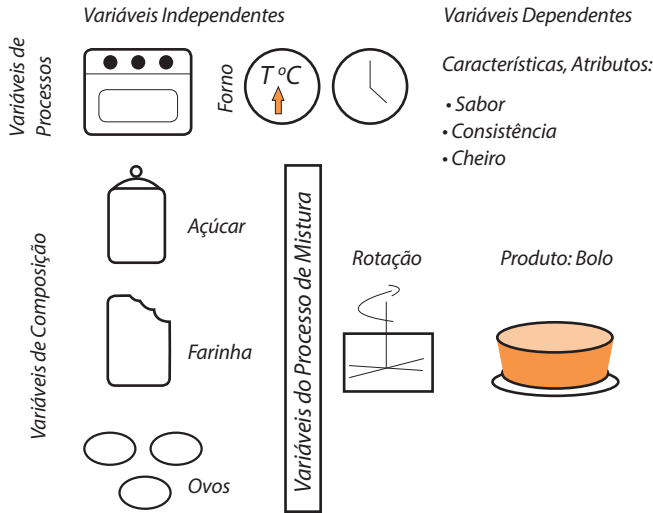
Coisas que geralmente não sabemos: 1) Se as variáveis selecionadas interagem entre si; 2) Se as interações são sinérgicas e/ou antagônicas e 3) É possível quantificar a magnitude de cada interação?

Para responder essas questões, precisamos primeiro aprender a classificar as variáveis; segundo, identificá-las; terceiro, estabelecer níveis praticáveis para cada variável investigada e quarto, combinar os níveis de forma independente e matricial.

Vamos então aprender a classificar as variáveis. Certas demandas e necessidades tais como as performances, os custos e a produtividade são classificadas como variáveis dependentes, isto é, como respostas.

Já as variáveis independentes podem ser tanto quantitativas (quantidades numéricas) quanto qualitativas (quantidades não numéricas).





A figura acima tem o objetivo de exercitar nossa observação. Vamos identificar e classificar as variáveis envolvidas na fabricação de bolos respondendo algumas perguntas.

A primeira é: quais e quantas variáveis estão envolvidas? A princípio, são elas a fração de ovos, a de farinha, a de açúcar, a rotação, o tempo de mistura, a temperatura do forno e o tempo de forno.

Também precisamos estabelecer as proporções entre os ovos e a farinha, bem como entre o açúcar e a farinha. Quando representamos a variável composição como uma proporção e não como uma fração, reduzimos o número de variáveis de composição de três para duas.

Vamos ainda fixar o tempo de mistura. Com essa racionalização, iremos investigar os efeitos de cinco variáveis independentes e de suas interações. As respostas escolhidas são alguns atributos sensoriais, tais como sabor, cheiro, consistência e, também, o custo.

Agora precisamos estabelecer níveis praticáveis para as variáveis. São três as variáveis de processo (temperatura, rotação e tempo), sendo que mudamos cada uma em dois níveis. Por exemplo, a temperatura só pode assumir dois valores: 180°C ou 220°C. Estes são níveis praticáveis. Mas o que é um nível não praticável? Por exemplo, se eu deixar o bolo num forno a 700°C por 30 ou 40 minutos, o que vai acontecer? Ele vai carbonizar. Conclusão: esse é um nível impraticável.

## Classificar e estabelecer níveis das variáveis independentes

Variáveis Independentes		Níveis das variáveis independentes		
Descrição	Classificação	Nível inferior(i)	Nível superior(s)	Nível médio
1.Temperatura do forno(T)	Quantitativa	$T^i=180^\circ\text{C}$	$T^s = 220^\circ\text{C}$	200°C
2.Tempo de forno (t)	Quantitativa	$t^i=30 \text{ min.}$	$t^s= 40 \text{ min.}$	35min.
3.Rotação do batedor (R)	Qualitativa	$R^i= \text{Baixa}$	$R^s= \text{alta}$	N/A

$$T = \left( \frac{T' - \bar{T}}{T^s - T^i} \right) \Rightarrow T = \left( \frac{T' - 200}{220 - 180} \right) \Rightarrow T = \left( \frac{T' - 200}{20} \right) \Rightarrow T' = T^i \Rightarrow T = \left( \frac{180 - 200}{20} \right) = -1$$

Na parte inferior da tabela, mostramos como converter o nível da variável temperatura em °C para o nível codificado e adimensional (-1 ou +1) utilizando a transformação linear que envolve os limites superior e inferior da variável temperatura, bem como o seu valor médio (200°C). Se o valor de T for 180°C, o nível codificado da variável é igual a -1 e se for 220°C, o nível codificado é +1. Se for 200°C, o nível codificado é zero. De forma análoga, podemos montar uma equação para o tempo de forno. A rotação é uma variável qualitativa, já que o batedor utilizado apresenta somente duas possibilidades: rotação baixa ou alta. A transformação linear, nesse caso, não faz sentido porque não é uma variável numérica.

Vamos entender melhor como o número de combinações ou testes são calculados. Se estamos investigando três variáveis (temperatura, tempo e rotação) em dois níveis, isso significa que o número de testes ou combinações de níveis matematicamente possíveis é o produto algébrico do número de níveis estabelecidos para cada uma das variáveis investigadas.

### **Número de Combinações = Número de Testes**

$$\begin{array}{c} \text{Número de Níveis} \\ \diagdown \quad | \quad \diagup \\ \text{Número de Combinações} = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ testes} \\ \quad \quad \quad | \quad \quad \quad \diagdown \quad \quad \quad \diagup \\ \quad \quad \quad T \quad \quad \quad t \quad \quad \quad R \\ \quad \quad \quad 180^\circ\text{C} \quad 30 \text{ min} \quad \text{baixa} \\ \quad \quad \quad 220^\circ\text{C} \quad 40 \text{ min} \quad \text{alta} \end{array}$$

**Número de Níveis = 2**

Ao escolher as três variáveis de processo (temperatura, tempo, rotação), em dois níveis, e combinar seus níveis, sem estabelecer correlação linear entre eles, estabelecemos o planejamento matricial, isto é, o que será executado na prática.

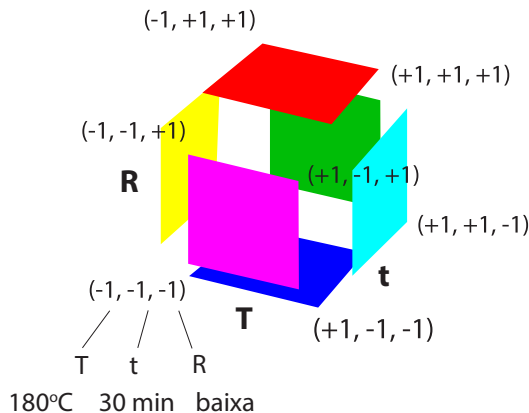


Cada linha da matriz na tabela abaixo corresponde a uma coordenada cartesiana do cubo. As oito combinações de níveis definem seus vértices. O cubo, então, é o espaço geométrico selecionado para investigação dos efeitos individuais de cada variável e as interações entre elas frente às respostas selecionadas. Nesse caso, trata-se do sabor, do cheiro, da consistência e do custo.

### Planejamento Matricial: Arranjo Ortogonal $2^3$

Testes	T	t	R
1	-1(180°C)	-1(30min.)	-1(baixa)
2	1(220°C)	-1(30min.)	-1(baixa)
3	-1(180°C)	1(40min.)	-1(baixa)
4	1(220°C)	1(40min.)	-1(baixa)
5	-1(180°C)	-1(30min.)	1(alta)
6	1(220°C)	-1(30min.)	1(alta)
7	-1(180°C)	1(40min.)	1(alta)
8	1(220°C)	1(40min.)	1(alta)

### Espaço delimitado para investigação



Então, como determinar os valores dos efeitos e coeficientes para cada variável independente que impactam na resposta  $y_i$ ? Nós primeiro calculamos o valor médio da resposta  $y_i$  para o nível +1. Depois, para o nível -1, como mostrado no gráfico dentro da tabela. A diferença entre os valores médios da resposta, entre os níveis +1 e -1, corresponde ao efeito da variável temperatura na resposta  $y_i$ .

Em outras palavras, significa o quanto a resposta  $y_i$  muda quando a temperatura do forno passa de 180°C para 220°C. O coeficiente da temperatura ( $b_T$ ), um dos coeficientes do polinômio ortogonal a ser ajustado, é o efeito da temperatura dividido pela variação entre os dois níveis codificados, isto é, por dois. Os outros efeitos, coeficientes e interações são estimados de forma análoga. Se, na prática, analisarmos o efeito ou coeficiente, a conclusão é a mesma, embora numericamente o coeficiente seja, geralmente, metade do valor do efeito.

### Planejamento Matricial: Arranjo Ortogonal $2^3 = 2 \times 2 \times 2$

Testes	T	t	R	.....	$y_i$
1	-1(180°C)	$\frac{y_2 + y_3 + y_6 + y_7}{4}$		$y_1$	
2	1(220°C)			$y_2$	
3	-1(180°C)	$y_3$			
4	1(220°C)	$\frac{y_1 + y_3 + y_5 + y_7}{4}$		$y_4$	
5	-1(180°C)	$y_5$			
6	1(220°C)	$y_6$			
7	-1(180°C)	$y_7$			
8	1(220°C)	$y_8$			

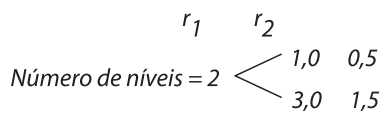
$$\text{efeito de } T = \left( \frac{y_2 + y_3 + y_6 + y_7}{4} - \frac{y_1 + y_3 + y_5 + y_7}{4} \right); b_T = \frac{\text{efeito de } T}{2} = b_4$$

Podemos também investigar, além das três variáveis de processo, as variáveis de composição expressas como a proporção entre ovos e farinha ( $r_1$ ) e entre açúcar e farinha ( $r_2$ ), como mostra a tabela. Note que essas duas proporções são mudadas em dois níveis, gerando 4 combinações de níveis para as duas variáveis de composição. Na prática, preparamos 4 bolos com diferentes frações relativas de ovos, açúcar e farinha. Cada linha da tabela corresponde à coordenada do vértice e as quatro combinações definem os vértices do quadrado. Esse quadrado é o espaço geométrico selecionado para investigação.

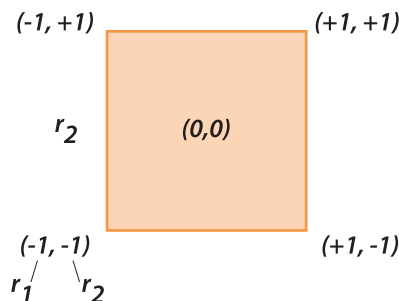
### Planejamento Matricial: Arranjo Ortogonal $2^2 - 2 \times 2$

COMBINAÇÕES (TESTES)	$r_1 = \frac{[\text{OVOS}]}{[\text{FARINHA}]}$	$r_2 = \frac{[\text{AÇÚCAR}]}{[\text{FARINHA}]}$
1	-1(1,0)	0,5(-1)
2	+1(3,0)	0,5(-1)
3	-1(1,0)	1,5(+1)
4	+1(3,0)	1,5(+1)

Número de Combinações =  $2 \times 2 = 4$  composições de bolo



### Espaço delimitado para investigação



Podemos representar as proporções ( $r_1, r_2$ ) estabelecidas anteriormente em termos mássicos ou volumétricos e representar as frações mássicas calculadas em um triângulo equilátero. Desse modo, para introduzir as coordenadas cartesianas nesse triângulo foi necessário resolver um sistema de equações lineares simultâneas, isto é, montamos três equações utilizando as proporções estabelecidas no planejamento para encontrar as frações mássicas relativas de ovos, açúcar e farinha.

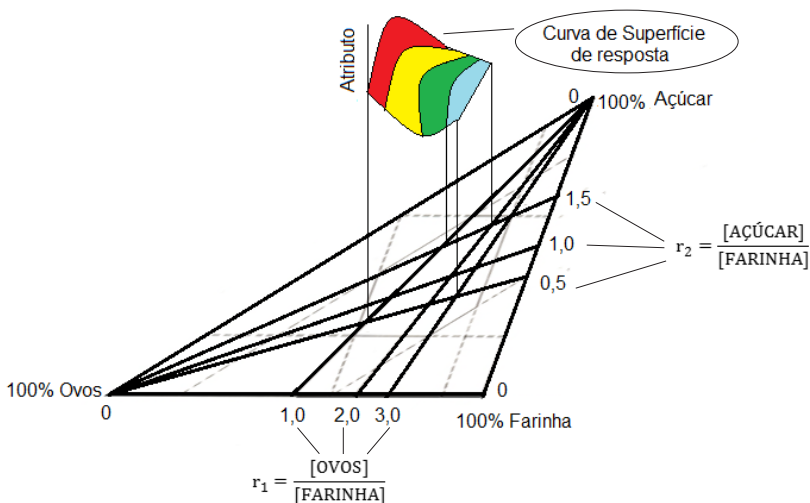
$$\text{Sabor} = b_0 + b_1r_1 + b_2r_2 + b_{12}r_1r_2$$

$$\text{Consistência} = b_0 + b_1r_1 + b_2r_2 + b_{12}r_1r_2$$

$$\text{Cheiro} = b_0 + b_1r_1 + b_2r_2 + b_{12}r_1r_2$$

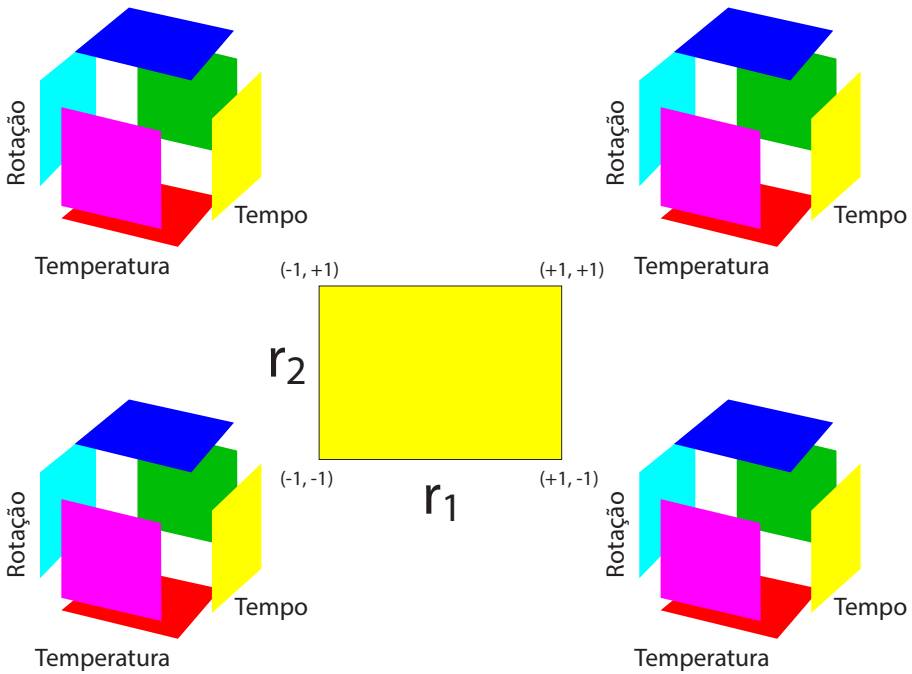
$$\text{Custo} = b_0 + b_1r_1 + b_2r_2 + b_{12}r_1r_2$$

Essas frações mássicas delimitam uma pequena área do triângulo equilátero. Em cima dessa área nós representamos a curva de superfície de resposta que mostra como os atributos do bolo variam em função das frações mássicas dos seus três componentes. Isso é possível porque cada atributo, inclusive o custo, é descrito matematicamente através dos polinômios ortogonais.



Uma propriedade importante do polinômio ortogonal é que as parcelas contributivas das variáveis e interações mensuradas através dos coeficientes ( $b_1$ ,  $b_2$  e  $b_{12}$ ) são individuais e aditivas. O valor de  $b_0$  é o valor médio dos atributos sensoriais mensurados nas diferentes combinações de níveis do planejamento.

*Poderíamos usar esse mesmo raciocínio para planejar e avaliar o efeito do metacaulim na cura do cimento quando as frações relativas de cimento e água variam, mas mantendo constante a fração de agregados. Também poderíamos investigar como o tempo de mistura e a rotação da betoneira afeta suas propriedades. Além disso, seria possível verificar se a redução do tempo de obra paga o aumento de custo da composição provocado pela inclusão do metacaulim. De forma análoga, poderíamos avaliar o efeito da incorporação de um ligante na composição de PET foods para reduzir a formação de pós e quebras do produto final, bem como investigar qual é a melhor combinação de variáveis de processo que minimiza o problema e os custos. Existem realmente muitas possibilidades quando utilizamos a expertise ortogonal.*



A figura acima mostra a representação geométrica dos dois planejamentos matriciais mostrados anteriormente, combinando-se os níveis das variáveis de composição e de processo.

Olhando para esse planejamento, deveríamos fazer a seguinte leitura: são necessários preparar 4 bolos com composições distintas, sendo que cada bolo será preparado em 8 condições de processo diferentes.

Agora observemos o planejamento anterior com um novo olhar. Na próxima página, explicitamos as cinco variáveis individuais com os seus dois níveis codificados. A informação dada na tabela permite calcular o número de combinações matematicamente possíveis.

## Variáveis independentes

Variáveis Independentes	Nível inferior	Nível Superior	Número de níveis
$r_1$	-1	+1	2
$r_2$	-1	+1	2
R	-1	+1	2
T	-1	+1	2
t	-1	+1	2
Números de combinações ou testes			32

## Variáveis independentes & Interações

$r_1$	$r_2$	R	T	t	$r_1r_2$	$r_1R$	$r_1T$	$r_1t$	$r_2R$	$r_2T$	$r_2t$	RT	Rt.	Tt.	I
$r_2RTt$	$r_1RTt$	$r_1r_2T$	$r_1r_2Rt$	$r_1r_2RT$	RTt	$r_2Tt$	$r_2Rt$	$r_1RT$	$r_1RT$	$r_1r_2t$	$r_1RT$	$r_1r_2t$	$r_1r_2T$	$r_1r_2R$	$r_1r_2Rt$
$lr_1$	$lr_2$	IR	IT	lt	$lr_1R$	$lr_1T$	$lr_1t$	$lr_2T$	$lr_2t$	IRT	$lr_2t$	IRT	lr	ITt	

Então, se multiplicarmos os dois níveis de cada variável investigada 5 vezes, chegamos à conclusão que precisamos realizar 32 testes. Em função disso, também iremos gerar 32 colunas: uma coluna é a identidade (I), 5 colunas acomodam os níveis combinados das variáveis individuais investigadas. O produto algébrico entre as colunas que contêm os níveis combinados das variáveis individuais gera as interações de 2ª, 3ª, 4ª e 5ª ordem. Todos os efeitos e interações matematicamente possíveis estão explicitados na segunda tabela. Porém, podemos reduzir o número de testes pela metade, isto é, de 32 para 16 testes, se admitirmos que somente os efeitos das variáveis individuais e interações de 2ª ordem são relevantes, sendo que as interações de 3ª, 4ª e 5ª são desprezíveis. Para fazer isso, correlacionamos os efeitos das variáveis individuais com as interações de 4ª e as interações de 2ª ordem com 3ª ordem, admitindo que a coluna identidade está correlacionada com a interação de 5ª ordem. A vantagem disso é reduzir o número de testes. O polinômio com 16 termos para investigar as cinco variáveis e somente interações e 2ª ordem é mostrado a seguir.



A resposta  $y_i$  é, então, escrita em função das variáveis individuais ( $r_1, r_2, T, t, R$ ) e das interações de 2ª ordem, quando o planejamento matricial inicial corresponde a 16 testes. Isso permite obter um polinômio ortogonal com 16 termos.

### Modelagem das Variáveis de Composição & Processos

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1r_1 + b_2r_2 + b_3R + b_4T + b_5t + b_{12}r_1r_2 + b_{13}r_1R + b_{14}r_1T + b_{15}r_1t + b_{23}r_2R + b_{24}r_2T + b_{25}r_2t + b_{34}RT + b_{35}Rt + b_{45}Tt$$

$b_1$ $\pm EP$	$b_2$ $\pm EP$	$b_3$ $\pm EP$	$b_4$ $\pm EP$	$b_5$ $\pm EP$	$b_{12}$ $\pm EP$	$b_{13}$ $\pm EP$	$b_{14}$ $\pm EP$	$b_{15}$ $\pm EP$	$b_{23}$ $\pm EP$	$b_{24}$ $\pm EP$	$b_{25}$ $\pm EP$	$b_{34}$ $\pm EP$	$b_{35}$ $\pm EP$	$b_{45}$ $\pm EP$	
$r_1$	$r_2$	R	T	t	$r_1r_2$	$r_1R$	$r_1T$	$r_1t$	$r_2R$	$r_2T$	$r_2t$	RT	Rt	Tt	
$b_{2345}$ $\pm EP$	$b_{1345}$ $\pm EP$	$b_{1245}$ $\pm EP$	$b_{1235}$ $\pm EP$	$b_{1234}$ $\pm EP$	$b_{345}$ $\pm EP$	$b_{245}$ $\pm EP$	$b_{235}$ $\pm EP$	$b_{234}$ $\pm EP$	$b_{145}$ $\pm EP$	$b_{135}$ $\pm EP$	$b_{134}$ $\pm EP$	$b_{125}$ $\pm EP$	$b_{124}$ $\pm EP$	$b_{123}$ $\pm EP$	$b_{12345}$ $\pm EP$
$r_2RTt$	$r_1RTt$	$r_1r_2Tt$	$r_1r_2Rt$	$r_1r_2RT$	RTt	$r_2Tt$	$r_2Rt$	$r_1RT$	$r_1Rt$	$r_1r_2t$	$r_1RT$	$r_1r_2t$	$r_1r_2T$	$r_1r_2R$	$r_1r_2Rt$

No entanto, quando o planejamento resulta em 32 testes, podemos obter um polinômio ortogonal com até 32 termos, todos explicitados na tabela. Contudo, temos como saber se essa redução de 32 para 16 testes é ou não uma boa aproximação. Isso é feito através da análise de variância multivariada e testes estatísticos. Por exemplo, para saber se os coeficientes polinomiais estimados são ou não significantes, precisamos avaliar o erro padrão (EP) desses coeficientes a partir da variância global estimada pela ponderação entre variância amostral e número de graus de liberdade.

**Análise Estatística:  $\pm EP$ : erro padrão dos coeficientes ( $b_1; b_2; b_3 \dots$ )**

A seguir, mostramos o arranjo matricial ortogonal completo para processamento dos dados (respostas), depois que o planejamento matricial foi executado na prática.

### Variâncias amostral ( $s_i^2$ ), global ( $s_g^2$ ) e erro padrão ( $\pm EP$ )

Testes	I	Variáveis independentes		Interação Binária	Variáveis Dependentes R: Resposta		Variância Amostra (graus de liberdade)	
		$r_1$	$r_2$		$r_1 r_2$	R	$\bar{R}$	$s_i^2$
1	1	-1	-1	+1	$y'_1; y''_1$	$\bar{y}_1$	$s_1^2$	$n_1$
2	1	+1	-1	-1	$y'_2; y''_2$	$\bar{y}_2$	$s_2^2$	$n_2$
3	1	-1	+1	-1	$y'_3; y''_3$	$\bar{y}_3$	$s_3^2$	$n_3$
4	1	+1	+1	+1	$y'_4; y''_4$	$\bar{y}_4$	$s_4^2$	$n_4$
	$b_0$ $\pm EP$	$b_1 r_1$ $\pm EP$	$b_2 r_2$ $\pm EP$	$b_{12} r_1 r_2$ $\pm EP$	=	$\hat{y}_i$		

A coluna I é a identidade; ela é o produto algébrico dos níveis das colunas  $r_1$ ,  $r_2$  e  $r_1 r_2$  (interação). A coluna I é que nos permitir calcular o valor médio, representado pelo coeficiente,  $b_0$ , sendo portanto, a média das respostas mensuradas nas diferentes combinações de níveis matematicamente possíveis.

Os outros coeficientes polinomiais ( $b_1$ ,  $b_2$  e  $b_{12}$ ) são calculados dividindo-se a diferença da resposta média entre os níveis +1 e -1 por dois, isto é a variação entre os níveis +1 e -1. Notemos que, em cada linha, as respostas são medidas em duplicatas ( $y'_i; y''_i$ ), para estimar a variância amostral ( $s_i^2$ ).

Ao calcular o valor médio da resposta ( $\bar{R}$ ), o número de grau de liberdade se torna 1, como mostrado na última coluna da tabela. A seguir mostramos as equações que permitem estimar a variância amostral, a variância global e o erro padrão dos efeitos.

## Variâncias amostral ( $s_i^2$ ), global ( $s_g^2$ ) e erro padrão ( $\pm EP$ )

$$s_i^2 = \sum_1^k (y_i - \bar{y}_i)^2 / N - 1$$

$$s_g^2 = \frac{n_1 s_1^2 + n_2 s_2^2 + n_3 s_3^2 + n_4 s_4^2}{n_1 + n_2 + n_3 + n_4}$$

$$EP(\text{valor médio}) = \sqrt{\frac{s_g^2}{N}} \quad EP(\text{efeitos individuais e interações}) = \sqrt{s_g^2 \left( \frac{1}{N_+} + \frac{1}{N_-} \right)}$$

A primeira equação é utilizada para cálculo da variância amostral ( $s_i^2$ ). A segunda é a variância global, ( $s_g^2$ ). Notemos que ela é o somatório ponderado entre número de graus de liberdade pela respectiva variância amostral de cada linha da tabela da página anterior.

Desse modo, ao conhecer a variância global, calculamos o erro padrão dos efeitos (individuais e interações) e, para o cálculo dos coeficientes polinomiais, basta dividir os efeitos estimados por dois, isto é, a variação entre os níveis +1 e -1.

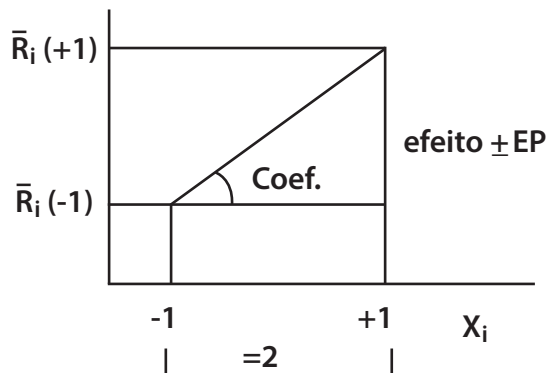
A seguir, vamos aplicar o teste de hipótese **t-student** para verificar se a mudança de nível de cada variável independente provoca uma variação significativa no valor da resposta ( $R_i$ ).

Notemos que o **t-student** pode ser estimado dividindo-se o efeito de cada variável pelo seu respectivo erro padrão (EP). Para um nível de significância prefixado (por exemplo: 5%), se o valor do t calculado para certo número de graus de liberdade for  $> t$  tabelado, então o efeito ou coeficiente polinomial ajustado, em questão, é significativo do ponto de vista estatístico.

$$t_{\text{calculado}} = \frac{[\bar{R}(+1) - \bar{R}(-1)]}{\sqrt{s_g^2 \left( \frac{1}{N_+} + \frac{1}{N_-} \right)}} = \frac{\text{Efeito}}{\text{EP}}$$

$p = \text{nível de significância fixado (p.ex: 5\%)}$

$t_{\text{calculado}} > t_{\text{tabelado}} \rightarrow \text{efeito é significativo}$



O gráfico mostra que o coeficiente polinomial ( $b_1$ ) é estimado dividindo-se o efeito provocado pela variável independente  $X_i$  (cateto oposto) por dois, isto é, variação entre dois níveis +1 e -1. Consequentemente, o erro padrão dos coeficientes do polinômio é o erro padrão dos seus respectivos efeitos dividido por dois.

Vejamos o planejamento matricial executado para otimização da produtividade de um moinho industrial. Esse moinho pode ser configurado com, no máximo, 36 martelos (12 martelos por disco) e 24 haletas (12 haletas em duas posições radiais, acima dos martelos). Observe a figura abaixo. O objetivo do projeto de otimização foi avaliar o impacto da configuração do moinho através da mudança combinada do número de martelos e haletas, bem como da temperatura do material particulado de entrada na produtividade. Outras variáveis como a abertura da entrada de ar, a abertura da válvula de exaustão e a vazão de alimentação são mantidas constantes.

TESTES	Martelos (M)	Haletas (H)	Temperatura T= Pressão(N <sub>2</sub> )	Kg/h
1	-1	-1	-1	660
2	+1	-1	-1	720
3	-1	+1	-1	900
4	+1	+1	-1	780
5	-1	-1	+1	917
6	+1	-1	+1	848
7	-1	+1	+1	1393
8	+1	+1	+1	947

Haletas: (12/12), (8/8)

Martelos: (12/12/12), (8/8/8)

T= -100°C e 25°C

$$\frac{kg}{h} = \beta_0 + \beta_M M + \beta_H H + \beta_{N_2} N_2 + \beta_{MH} MH + \beta_{MN_2} MN_2 + \beta_{HN_2} HN_2 + \beta_{MHN_2} MHN_2$$

Vejamos o arranjo ortogonal completo, com o número de combinações de níveis matematicamente possíveis para três variáveis de processo:

### Efeitos & Coeficientes do Polinômio Ortogonal

TESTES	I	M	H	N <sub>2</sub>	MH	M N <sub>2</sub>	H N <sub>2</sub>	MH N <sub>2</sub>	Kg/h
1	1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	660
2	1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	720
3	1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	900
4	1	+1	+1	-1	1	-1	-1	-1	780
5	1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	917
6	1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	848
7	1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	1393
8	1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	947
<b>Efeitos</b>		<b>144</b>	<b>218</b>	<b>262</b>	<b>140</b>	<b>114</b>	<b>68</b>	<b>50</b>	
<b>Coef.</b>	<b>896</b>	<b>-72</b>	<b>109</b>	<b>131</b>	<b>-70</b>	<b>-57</b>	<b>34</b>	<b>-25</b>	

Temos a coluna identidade (I) para cálculo do valor médio da produtividade,  $b_0$ , a coluna da variável (M) para número de martelos; a coluna da variável (H) para o número de haletas e coluna da variável (N<sub>2</sub>) que corresponde à temperatura de entrada do material particulado no moinho. As outras colunas são geradas pelas interações de 2ª e 3ª ordem, sendo que as colunas de 2ª ordem resultam da multiplicação algébrica entre as colunas que contêm as combinações de níveis das variáveis individuais. De forma análoga, a coluna de 3ª ordem é gerada. Na última coluna, estão os valores médios da produtividade do moinho, medidos nas diferentes combinações de níveis das três variáveis. O produto algébrico dos valores médios de produtividade pelos níveis codificados de cada coluna, dividido pelo número de níveis +1 ou -1, permite avaliar os efeitos de cada variável e as interações na produtividade. Os coeficientes das variáveis individuais e das interações são estimados dividindo-se os efeitos por dois, como pode ser constatado ao analisar as duas últimas linhas da tabela.

Vejamos a seguir o polinômio ortogonal ajustado para produtividade (kg/h) do moinho em função do número de martelos, número de haletas e da temperatura do material de entrada, bem com as interações entre essas variáveis.

### Polinômio Ortogonal Ajustado (kg/h)

$$\frac{kg}{h} = 896(\pm 4) - 72(\pm 4)M + 109(\pm 4)H + 131(\pm 4)N_2 - 70(\pm 4)MH - 57(\pm 4)MN_2 + 34(\pm 4)HN_2 - 25(\pm 4)MNHN_2$$

Se  $M = -1$ , então o polinômio reduz sua dimensionalidade 4 para 3:

$$\frac{kg}{h} = 896(\pm 4) - 72(\pm 4)(-1) + 109(\pm 4)H + 131(\pm 4)N_2 - 70(\pm 4)(-1)H - 57(\pm 4)(-1)N_2 + 34(\pm 4)HN_2 - 25(\pm 4)(-1)HN_2$$



$$\frac{kg}{h} = 968(\pm 4) + 179(\pm 4)H + 188(\pm 4)N_2 + 59(\pm 4)HN_2$$

Notemos que o polinômio contém coeficientes negativos e positivos. Os coeficientes de interação negativos mostram que as variáveis apresentam efeitos antagônicos e os positivos sinérgicos, em relação à produtividade.

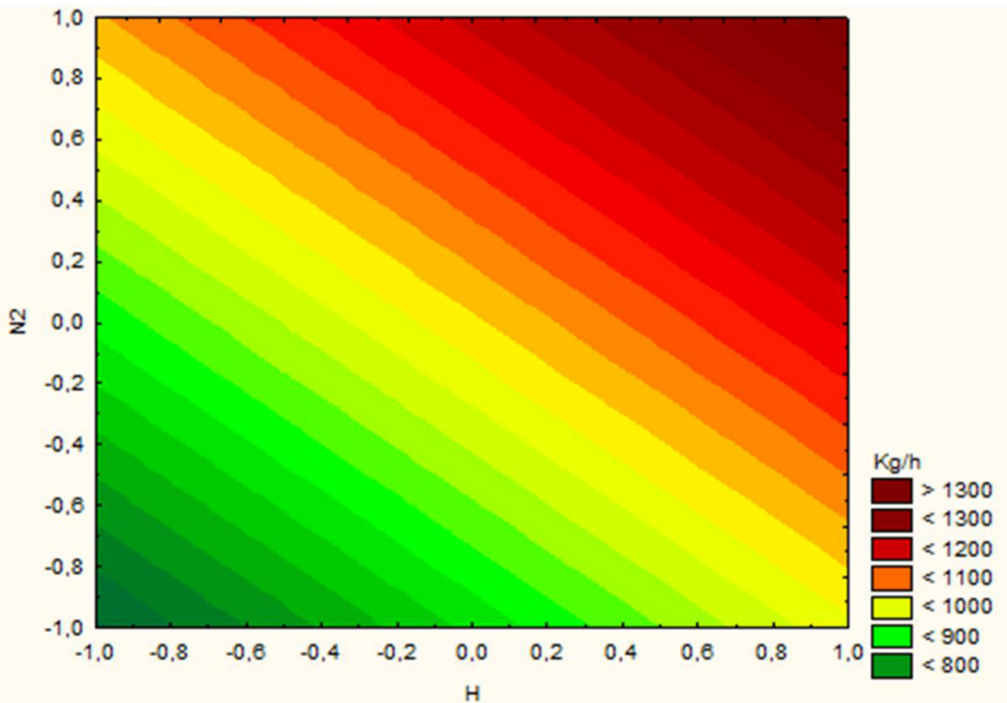
Entretanto, o resfriamento do material de entrada e o número de haletas são as duas variáveis que mais contribuirão para o aumento do valor da produtividade, pois seus coeficientes são positivos e numericamente maiores.

Por outro lado, a redução do número de martelos aumenta a produtividade, já que seu coeficiente é negativo. Se o número de martelos é fixado no seu valor menor, obtém-se uma equação com 4 termos, que pode ser representada graficamente em duas dimensões. A representação gráfica deste comportamento é mostrada a seguir.



O gráfico abaixo demonstra a variação da produtividade (kg/h) quando mudamos a temperatura do material particulado de entrada no moinho e do número de haletas, mantendo-se o número de martelos do moinho no seu nível mais baixo.

### Produtividade do Moinho (Kg/h)



Notemos que a cor vermelha intensa indica que a produtividade torna-se máxima (+1,+1) e a cor verde intensa indica menor produtividade (-1,-1). Em outras palavras, a produtividade do moinho torna-se máxima quando a temperatura do material entra resfriado no moinho com nitrogênio (N<sub>2</sub>) líquido e o número de haletas é mantido em seu nível mais alto.

A seguir, saiba mais sobre os serviços da Orthogonal Science.

- *Visita técnica de avaliação*
- *Otimização de composições multicomponentes*
- *Otimização de processos*
- *Balanço de custos e performance*
- *Desenvolvimento de produtos*
- *Avaliação de desempenho de produtos competidores*
- *Saltos em escala com expertise ortogonal*
- *Estabelecimento da melhor sequência de adição de matérias-primas*
- *Supervisão da implementação do projeto na planta*
- *Treinamentos educativos em expertise ortogonal*

A Orthogonal Science visa atender as demandas e necessidades mais comuns das plantas industriais e células produtivas. A priorização dos serviços depende da estratégia de cada negócio.

A visita técnica é necessária para: 1) priorizar as demandas e necessidades; 2) fazer o levantamento de informações e dados; 3) conhecer a infraestrutura fabril da empresa e 4) avaliar os recursos disponíveis materiais e humanos. Entretanto, é necessário também avaliar as iniciativas a serem tomadas para a viabilização dos projetos de otimização. Além disso, dispomos de programas de treinamentos em **expertise ortogonal** para jovens talentos e profissionais seniores.

A proposta da Orthogonal Science representa uma mudança de paradigma no sentido de substituir certas condições preestabelecidas fundamentadas em sequências de tentativas e erros por ações planejadas com **expertise ortogonal** de forma a alcançar soluções ótimas que compatibilizem performances, custos e produtividades de forma lógica e racional.

## *perguntas ao final do webinar*

→ *Então, tudo que realizamos até agora foi feito do modo errado?*

As sequências de tentativas e erros utilizadas até o momento geraram grandes avanços, sem dúvidas, porém os custos pagos por esse “modo de fazer” foram altos numa época em que velocidade das revoluções tecnológicas eram menores. Neste momento precisamos reduzir os custos e o tempo dos projetos que a tecnologia da informação nos impõe. Para isso precisamos fazer duas coisas: planejar nossas ações e otimizá-las para encontrar soluções integradas pelo menor custo de forma demonstrável, como nos proporciona a expertise ortogonal.

→ *Tenho uma composição de 15 componentes; posso otimizá-la?*

Você pode fazer muito mais. Em primeiro lugar, deve avaliar a possibilidade de racionalização do número de componentes dessa composição. Por exemplo, reduzir de 15 para 10 componentes. Para fazer

isso, pode estabelecer 4 proporções, fixando os seus níveis inferiores em zero e mantendo os níveis superiores nos valores preestabelecidos. Se você chegar à conclusão de que os cinco componentes não afetam nem melhoram a performance e/ou o custo, a nova composição apresentará 10 componentes. Se você quer otimizar essa nova composição, selecione as variáveis que mais impactam no custo e/ou performance do produto. Vamos supor que você escolha 3 componentes e mantenha invariável as frações relativas dos outros 7. Se expressar esses dois componentes, com duas proporções, significa que é preciso fazer apenas 4 composições para saber os efeitos e interações entre esses componentes numa dada performance.

➔ ***Meu produto empedra; como faço para resolver esse tipo de problema utilizando a expertise ortogonal?***

É necessário levantar todas as variáveis envolvidas. Ainda, quando a água está envolvida no mecanismo de empedramento do produto, o problema se torna mais complexo porque envolve uma série de variáveis de difícil controle, tais como a umidade do produto, a umidade relativa do ar, a temperatura, o tempo de armazenagem, a vibração ocasionada pelo transporte, a permeabilidade da embalagem e a compressão por empilhamento. Quando estamos diante desta situação, talvez a solução mais viável seja modificar a superfície do produto para evitar o fenômeno. Isso exige um certo conhecimento no sentido de evitar que outras propriedades dos produtos sejam alteradas. Ainda, para testar a eficiência desse aditivo, é preciso simular as condições práticas em laboratório, combinando-se os níveis das variáveis supracitadas, bem como a concentração do aditivo do produto. Isso exige que se faça um planejamento que permita avaliar os efeitos e interações mais relevantes no empedramento do produto.

**ORTHOGONAL**

*Criando soluções otimizadas* 2008



**CIENCE**

*Ricardo Aurélio da Costa*  
*Diretor Técnico*

*Elizabeth Bittencourt da Costa*  
*Diretora de Projetos*

[www.orthogonalscience.com.br](http://www.orthogonalscience.com.br)

(11) 2507-2158

Av. Vereador Abel Ferreira, 1800, Sala 1208

Jardim Anália Franco - São Paulo - SP

[info@orthogonalscience.com.br](mailto:info@orthogonalscience.com.br)